



Escola Secundária Manuel da Fonseca

Método de Hamilton e Paradoxos

ALUNOS

Lara Peixoto nº9 10E
Mariana Deputat nº13 10ºE
Martim Pereira nº15 10ºE
Soraia Silva nº19 10ºE

DATA DE ENTREGA DO TRABALHO

18 de novembro

PROFESSORA

Célia Alexandra Silva

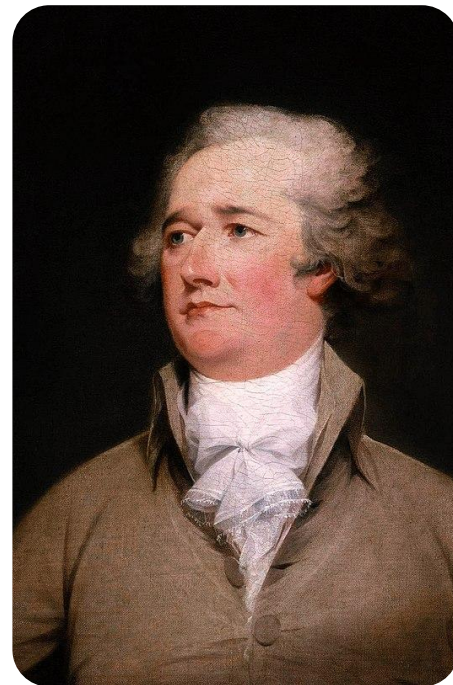


CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA

O Método de Hamilton, também conhecido como Método da Cota de Hamilton, foi criado em 1792 por Alexander Hamilton, político e economista norte-americano.

Tinha como objetivo resolver o problema da repartição proporcional na Câmara dos Representantes dos EUA. Baseava-se na distribuição de lugares de forma proporcional às populações dos estados, utilizando as partes decimais para atribuir os lugares restantes.

Este método foi analisado e debatido por outros matemáticos e políticos ao longo do tempo, incluindo figuras como Thomas Jefferson, Joseph-Louis Lagrange e Marie-Jean-Antoine-Nicolas de Caritat que contribuíram para o estudo de métodos de alocação proporcional e arredondamento.



RECORDAR

Vamos recordar os conceitos de:

- Divisor-padrão:** $\frac{\text{Número total de votos}}{\text{Número de lugares a distribuir}}$ → Noutros contextos, podemos substituir o número de lugares pelo número de itens a repartir e os votos pela população relevante para o problema.
- Quota-padrão:** $\frac{\text{Número de votos da lista X}}{\text{Divisor-padrão}}$ → Cada lista ou partido, corresponde a uma quota-padrão.
- Quota superior:** Quota arredondada por excesso → EX: 6,58 arredondamos para 7.
- Quota inferior:** Quota arredondada por defeito → EX: 5,39 arredondamos para 5.

PROCEDIMENTOS

1.º PASSO	Calcular o divisor-padrão.
2.º PASSO	Calcular a quota-padrão de cada uma das listas.
3.º PASSO	Atribuir a cada lista um número de lugares igual á sua quota inferior
4.º PASSO	Se sobrarem lugares, atribui-se, um de cada vez, às listas cujas quotas-padrão têm maior parte decimal, até não restar mais nenhum lugar para distribuir.

EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MÉTODO

Vamos aplicar o método de Hamilton para criar uma comissão de 9 lugares

LISTAS	A	B	C	D	TOTAL
VOTOS	325	242	186	520	1273

1.º passo: Calcular o divisor-padrão

Divisor-Padrão: $\frac{1273}{9} \approx 141,444$

2.º passo: Calcular a quota padrão de cada uma das listas

Vamos utilizar 3 casa decimais no cálculo da quota-padrão.

- **quota-padrão (lista A)** = $\frac{325}{141,444} \approx 2,298$
- **quota-padrão (lista B)** = $\frac{242}{141,444} \approx 1,711$
- **quota-padrão (lista C)** = $\frac{186}{141,444} \approx 1,315$
- **quota-padrão (lista D)** = $\frac{520}{141,444} \approx 3,676$

3.º passo: Atribuir a cada lista um número de lugares igual á sua quota inferior

LISTAS	QUOTA PADRÃO	QUOTA INFERIOR
A	2,298	2
B	1,711	1
C	1,315	1
D	3,676	3
TOTAL	-	7

4º passo: Se sobraem lugares, atribuem-se, um de cada vez, às listas cujas quotas- padrão têm maior parte decimal, até não restarem mais lugares para distribuir

LISTAS	QUOTA PADRÃO	QUOTA INFERIOR	PARTE DECIMAL	Nº DE LUGARES
A	2,298	2	0,298	2
B	1,711	1	0,711	1+1=2
C	1,315	1	0,315	1
D	3,676	3	0,676	3+1=4
TOTAL	-	7	-	9

PARADOXOS DO MÉTODO DE HAMILTON

Paradoxo de Alabama: Um aumento do número total de lugares a distribuir pode levar a que uma lista perca um lugar.

Exemplo

Consideramos uma eleição com três listas concorrentes: A, B e C.
O número total de votos é 2000 e há 20 lugares para distribuir.

Resultado da votação:

Lista	A	B	C	Total
Nº de votos	240	930	830	2000

Nas eleições seguintes foram atribuídos 21 lugares. Supondo que se mantém o número de votos de cada lista, investigue quais são as alterações produzidas

Com 20 lugares:

$$\text{Divisor padrão: } \frac{2000}{20} = 100$$

Lista	Quota-padrão	Quota Inferior	Parte decimal da Quota-padrão	Número de lugares
A	2,4	2	0,4	2 +1 = 3
B	9,3	9	0,3	9
C	8,3	8	0,3	8
Total	-	19 (sobra 1)	-	20

Logo, **A** recebe **3**, **B** recebe **9** e **C** recebe **8** lugares

Com 21 lugares:

$$\text{Divisor padrão: } \frac{2000}{21} = 95,24$$

Lista	Quota-padrão	Quota Inferior	Parte decimal da Quota-padrão	Número de lugares
A	2,520	2	0,520	2
B	9,765	9	0,765	9+1=10
C	8,715	8	0,715	8+1=9
Total	-	19 (sobra 2)	-	21

Logo, **A** recebe **2**, **B** recebe **10** e **C** recebe **9** lugares

Verifica-se que, com o aumento de lugares, diminui o número de lugares da lista A

Paradoxo da população: Uma lista X pode perder lugares para uma lista Y mesmo que o crescimento relativo do número da lista X seja superior ao da lista Y.

Exemplo

No ano 2019, numa eleição com três listas concorrentes, A, B e C, foram distribuídos 24 lugares numa assembleia, após aplicação do método de Hamilton.

Lista	A	B	C	Total
N.º de votos	5250	9920	22 440	37 610
N.º de lugares	4	6	14	24

No ano 2023, realizaram-se novas eleições, tendo a lista A obtido 6850 votos (um crescimento de 30% relativamente à eleição anterior), a lista B, 12500 votos (crescimento relativo de 26%) e a lista C, 25650 votos (crescimento relativo de 14%)
Investigue se houver alterações na distribuição dos 24 lugares da assembleia

Divisor-padrão: $\frac{6850+12500+25650}{24} = \frac{45000}{24} = 1875$

Lista	Quota-padrão	Quota Inferior	Parte decimal da Quota-padrão	Número de lugares
A	3,65	3	0,65	3
B	6,67	6	0,67	6+1=7
C	13,68	13	0,68	13+1=14
Total	-	22 (sobra 2)	-	24

Logo, **A** recebe **3**, **B** recebe **7** e **C** recebe **14** lugares.

Como é possível verificar, a lista A perdeu um lugar para a lista B, apesar de apresentar um crescimento relativo de votos superiores.

Paradoxo do Novo Estado: O número de lugares atribuídos às listas pode ser afetado pela introdução de uma nova lista, com direito a um determinado número de lugares, de acordo com a votação obtida.

Exemplo

Numa determinada empresa e usando o método de Hamilton, vão ser distribuídos 10 computadores por duas secções, A e B, com, respetivamente 148 e 856 trabalhadores. Algum tempo depois, nessa mesma empresa, é inaugurada uma nova secção, C, com 330 trabalhadores e com direito a 3 computadores.

Investigue quais serão as alterações produzidas, em termos de distribuição de computadores, resultantes da introdução da nova secção

Número total de trabalhadores: $148+856=1004$

Divisor-padrão: $\frac{1004}{10}=100,4$

Secção	Quota-padrão	Quota inferior	Parte decimal da quota-padrão	Número de computadores
A	1,474	1	0,474	1
B	8,526	8	0,526	8+1=9
Total	-	9 (sobra 1 computador)	-	10



Número total de trabalhadores: $148+856+330=1334$

Divisor-padrão: $\frac{1334}{13}=102,62$

Secção	Quota-padrão	Quota inferior	Parte decimal da quota-padrão	N° de computadores
A	1,442	1	0,442	1+1=2
B	8,341	8	0,341	8
C	3,216	3	0,216	3
Total	-	12 (sobra 1 computador)	-	13

Verificamos que, com a introdução da secção C, a secção B perde um computador para a secção A.



BIBLIOGRAFIA E WEBGRAFIA

Manual: Máximo - Matemática Aplicada às Ciências Sociais - 10º ano

<https://estudoemcasaapoia.dge.mec.pt/recurso/sistemas-de-representacao-proporcional-metodo-de-hamilton-e-de-jefferson>

[https://pt.m.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo do resto maior](https://pt.m.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_do_resto_maior)

<https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://m.youtube.com/watch%3Fv%3Dn79GeGgBDEQ&ved=2ahUKEwid-aeD2OCJAxX8TKQEHZrXL0MQo7QBegQIDRAF&usq=AOvVaw1OUxLIDQVcAhCLCULcwl1Y>

<https://www.rtp.pt/play/estudoemcasa/p7883/e522838/matematica-a-aplicada-as-ciencias-sociais-matematica-10-ano>

FIM!